

# Disciplina Matemática: 8o ano

## Sumário Período 2

### Ekusaun

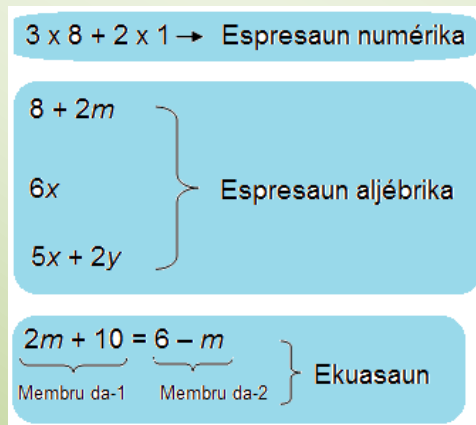
#### 1. Ekusaun primeiru grau ho inkognita ida (ho denominadór)

**Lembra filafali:**

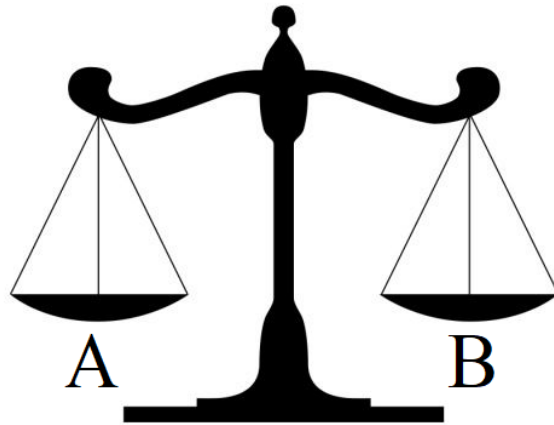
**Espresaun aljébrika** mak espresaun ne'ebé envolve letra no número iha relasaun ho operasaun sira hanesan adisaun, subtrasaun, multiplikasaun no divizaun.

**Ekusaun** mak igualidade hosi espresaun aljébrika rua.

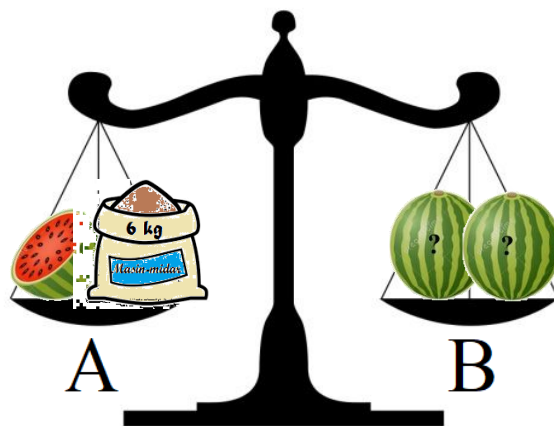
Ekusaun bele dehan hanesan balansa ho bikan rua ne'ebé ekilíbriu, katak parte ida nia todan hanesan ho parte ida seluk nia todan. Ninia ekilíbriu ne'e mak hakerek ho sinál iguál.



Mai ita analiza no rezolve situasaun ne'ebé apresenta balansa ho bikan rua ne'ebé ekilíbriu tuirmai:



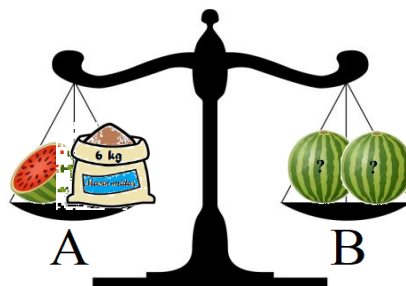
Se iha situasaun atu halo balansa ne'e nafatin ekilbriu hodi tau pateka metade no masin-midar 6 kg iha parte karuk (bikan A) no tau pateka fuan-2 iha parte loos (bikan B). Ida-ne'e hanaran ekuasaun.



Nota katak pateka tomak sira-nia masa hanesan.

Situasaun ida-ne'e, bele aprezena iha ekuasaun ida.

Se fó símbolu  $m$  ba pateka, situasaun iha kada parte mak:



Iha parte karuk mak  $\frac{1}{2}m + 6$ .

$\frac{1}{2}m$  tanba pateka ne'e metade de'it.

Iha parte loos mak  $2m$ ; tanba pateka iha rua.

Iha situasaun ne'e mak situasaun ne'ebé ekilíbriu, entaun bele hakerek iha ekuasaun hanesan tuirmai:

$$\frac{1}{2}m + 6 = 2m$$

Haree katak iha ekuasaun ne'e iha frasaun, tan ne'e ekuasaun ne'e hanaran ekuasaun ho denominadór.

Hosi ekuasaun ne'e bele determina kada pateka nia masa.

Halo tuir pasu tuirmai:

1. Transforma parte hotu iha ekuasaun ne'e sai forma frasaun.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m + 6 &= 2m \\ \Leftrightarrow \frac{m}{2} + \frac{6}{1} &= \frac{2m}{1}\end{aligned}$$

2. Halo frasaun hotu nia denominadór hanesan.  
Buka mínimu múltiplu komun hosi denominadór sira-ne'e.  
Mmc (2,1) = 2, entaun frasaun sira nia denominadór sai 2.

$$\Leftrightarrow \frac{m}{2} + \frac{12}{2} = \frac{4m}{2}$$

3. Multiplika parte rua (karuk no loos) ba denominadór no simplifika.  
Denominadór mak 2.

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow 2\left(\frac{m}{2} + \frac{12}{2}\right) &= 2 \times \frac{4m}{2} \\ \Leftrightarrow 2\left(\frac{m+12}{2}\right) &= 2 \times \frac{4m}{2} \\ \Leftrightarrow 2\left(\frac{m+12}{2}\right) &= 2 \times \frac{4m}{2} \\ \Leftrightarrow \cancel{2}\left(\frac{m+12}{\cancel{2}}\right) &= \cancel{2} \times \frac{4m}{\cancel{2}} \\ \Leftrightarrow m + 12 &= 4m\end{aligned}$$

4. Rezolve hanesan ekuasaun laho denominadór.

Nota:

- Tau membru hotu ho inkognita (ho letra) iha parte karuk husi iguál

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow m - 4m &= -12 \\ \Leftrightarrow -3m &= -12\end{aligned}$$

no tau membru hotu laho inkognita (ho número de'it) iha parte loos husi iguál.

- Bainhira muda membru ka muda hakat iguál sinál sempre muda.

$$\Leftrightarrow m = \frac{-12}{-3}$$

$$\Leftrightarrow m = 4$$

5. Entaun, kada pateka nia masa mak 4 kg.

### Regra rezolve ekuasaun mak:

- I. Halakon parénteze sira (karik iha).
- II. Halakon denominadór sira (karik iha)
- III. Pasa sai membru ida de'it termu hotu ho inkognita (baibain iha parte karuk), no membru ida seluk termu hotu laho inkognita (baibain iha parte loos).
- IV. Halo operasaun ba membru sira ne'ebé hosi termu hanesan.
- V. Determina inkognita nia valór.
- VI. Apresenta solusaun.

### Ezersísiu:

1. Rezolve ekuasaun:  $3 - \frac{1-5x}{4} = \frac{x}{2}$
2. Teste ida kompostu hosi pergunta 24 ho resposta loos ka sala. Estudante ida hatán pergunta hotu. *Um tersu* husi resposta sira-ne'e mak hatán loos, no resposta hitu mak hatán sala. Tradús situasaun ida-ne'e iha ekuasaun no determina pergunta hira mak hatán loos.

## 2. Ekuasaun literál

Ekuasaun **literal** mak ekuasaun ho inkognita liuhosi ida.

**Inkognita** mós bolu variável no sempre reprezenta ho letra.

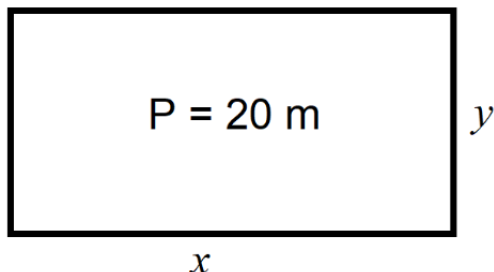
Entaun, sei iha letra liuhosi ida iha ekuasaun nia laran.

Ezemplu:

Se iha kanteiru ida ho forma retángulu, no kanteiru ne'e nia perímetru mak 20 m. Kanteiru ne'e iha ladu rua diferente mak komprimentu no largura.

Se iha situasaun ne'e seidak hatene kanteiru ne'e nia ladu sira-nia komprimentu, entaun fó símbolu diferente ba ladu hirak ne'e.

Ezemplu, símbolu  $x$  ba komprimentu no símbolu  $y$  ba largura. Imajina kanteiru ne'e hanesan figura tuirmai:



Situasaun iha leten bele prezenta iha ekuasaun ida.

Hatene katak:

$$P = 2c + 2l$$

Entaun bele tuir formula ne'e hodi prezenta ekuasaun, mak:

$$20 = 2x + 2y \quad \text{ka} \quad 2x + 2y = 20$$

Hosi ekuasaun ne'e, posivel hodi hetan valór hosi variável ida se hatene variável seluk nia valór.

Ezemplu:

- Se  $x = 7$ , entaun
$$\begin{aligned} 2 \times 7 + 2y &= 20 \\ \Leftrightarrow 14 + 2y &= 20 \\ \Leftrightarrow 2y &= 20 - 14 \\ \Leftrightarrow 2y &= 6 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{6}{2} \\ \Leftrightarrow y &= 3 \end{aligned}$$
- Se  $y = 4$ , entaun
$$\begin{aligned} 2x + 2 \times 4 &= 20 \\ \Leftrightarrow 2x + 8 &= 20 \\ \Leftrightarrow 2x &= 20 - 8 \\ \Leftrightarrow 2x &= 12 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

Solusaun hosi ekuasaun ida-ne'e iha possibilidade solusaun barak liu, nune'e sei la permite atu determina retángulu nia dimensaun pár ida de'it. Maibé ita bele konklui katak kualkér inkognita hosi ekuasaun bele tau sai membru ketak ida.

Iha ezemplu:

$$2x + 2y = 20$$

$$\Leftrightarrow 2x = 20 - 2y$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{20 - 2y}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 10 - y$$

Ekusaun rezolve iha orden ba  $x$

$$2x + 2y = 20$$

$$\Leftrightarrow 2y = 20 - 2x$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{20 - 2x}{2}$$

$$\Leftrightarrow y = 10 - x$$

Ekusaun rezolve iha orden ba  $y$

### Ezersísiu:

1. Ba ekuasaun  $2a - b = 6$ .
  - a. Determina valór  $b$ , se  $a = 3$ ,
  - b. Determina valór  $a$ , se  $b = -8$ .
2. Representa  $a$  no  $b$  respetivamente nu'udar kuantidade ai-nanas no ai-dila ne'ebé Maria hola hosi merkadu. Se Maria hola ai-nanas fuan-3 no ai-dila fuan-2 ho total osan ne'ebé nia selu ba vendedór mak 7 USD,
  - a. Espresa situasaun iha leten iha espresaun aljébrika.
  - b. Determina possibilidade ai-nanas no ai-dila nia folin (determina possibilidade 2 de'it).
3. **Operasaun ho polinómiu**
  - a. **Nosaun polinómiu**

### Lembra filafali:

Iha espresaun aljébrika dalaruma envolve mós parte ida maibé iha parte refere kontein operasaun multiplikasaun. Ida-ne'e hanaran monómiu.

**Monómiu** mak produktu númeru ruma ne'ebé kompostu hosi koefisiente, variável ida ka liu hodi forma parte literál.

Hosi parte literál ne'ebé forma, sei hatene monómiu ruma nia grau.

$$5 \cdot x^2 y = 5 \cdot x \cdot x \cdot y$$

Kofisiente      Parte literál

Iha fatór 3, entaun grau 3

**Polinómiu** mak soma husi monómiu sira.

**Ezemplu:**  $6x+5$

Polinómiu ida-ne'e kompostu hosi monómiu 2 mak:  $6x$  no  $5$ .

Monómiu  $6x$  kompostu hosi nia parte literál  $x$  ho grau 1 no koefisiente  $6$ .

Monómiu  $5$  kompostu hosi koefisiente de'it, mak  $5$ , hanaran mós termu independente (termu ho grau 0).

Polinómiu ida bele kompletu no bele mós inkompletu.

**Polinómiu kompletu** bainhira polinómiu refere kontein grau hotu hosi grau 0 to'o grau ne'ebé maiór tuituir malu.

Ezemplu:

$$3y^3 + 4y^2 - 6y - 9$$

Termu grau 3    Termu grau 2    Termu grau 1    Termu grau 0

Polinómiu iha leten hanaran polinómiu kompletu grau 3, tanba kompletu grau hotu husi grau 3 (ne'ebé maiór) to'o grau 0 (ne'ebé menór).

**Polinómiu inkompletu** bainhira polinómiu refere kontein grau balu de'it.

Ezemplu:  $4x^3 - 6x + 4$

Polinómiu iha leten hanaran polinómiu inkompletu grau 3 tanba laiha termu grau 2.

**Nota:** Polinómiu sempre hakerek hahú hosi termu maiór to'o termu menór tuir forma dekrexente.

**Ezersísiu:**

Kompleta tabela tuirmai, haree ezemplu.

Monómiu	$\frac{3}{4}x$	$2x$	$-\frac{1}{5}$	$2xy^3$	$3$	$xy^2$	$\frac{3}{4}y$	$-1$
Koefisiente	$\frac{3}{4}$		$-\frac{1}{5}$			$1$		
Parte laterál	$x$		Laiha			$xy^2$		
Grau	$1$		$0$			$3$		

**b. Adisaun no subtrasaun polinómiu**

Regra adisaun no subtrasaun númeru réal sira válidu mós iha adisaun polinómiu, maibé tenke tuir mós konseitu monómiu semellante.

**Monómiu semellante** mak monómiu sira ho parte literál hanesan, maske koefisiente lahanesan.

Ezemplu: Monómiu rua  $12y^2$  no  $-4y^2$  ne'e semellante tanba sira-nia parte literál hanesan mak  $y^2$ , maske monómiu ida nia koefisiente mak 12 no monómiu seluk nia koefisiente mak  $-4$ .

Atu soma ka subtrai polinómiu, haree pasu tuirmai:

**Pasu**

**Ezemplu**



1. Halakon parénteze.
2. Simplifika liuhosi halo besik monómiu literál semellante.
3. Soma ka hamenus monómiu semellante liuhosi soma ka hamenus sira-nia koefisiente de'it, parte literál mantein.

$$\begin{aligned}
 &(-2x^2 + 5x - 4) - (7x^2 - 5x) = \\
 &= -2x^2 + 5x - 4 - 7x^2 + 5x \\
 &= -2x^2 - 7x^2 + 5x + 5x - 4 \\
 &= -9x^2 + 10x - 4
 \end{aligned}$$

### Ezersísiu:

Se iha polinómiu 3 kompostu hosi:

- polinómiu A, mak polinómiu ida-ne'ebé representa ho  $x^2 + 3x - 2$
- polinómiu B, mak polinómiu ida-ne'ebé representa ho  $4 - 6x$
- no polinómiu C, mak polinómiu ida-ne'ebé representa ho  $x^2 - x$

Rezolve operasaun polinómiu tuirmai:

a.  $A + B$

b.  $C - A$

c.  $A - C$

d.  $A - (B + C)$

### **c. Multiplikasaun no divizaun polinómiu**

Antes halo multiplikasaun no divizaun polinómiu, mai ita haree multiplikasaun no divizaun monómiu sira.

Atu multiplika no divide monómiu sira, aplika propriedade distributiva no asosiativa multiplikasaun, mak multiplika ka divide koefisiente, depois multiplika ka divide parte literál sira.

Ezemplu:

- $4 \times 5x = (4 \times 5) \times x = 20 \times x = 20x$

- $-2x \times 6x = (-2 \times 6) \times (x \times x) = -12x^2$

- $\frac{8x^3}{16x} = \frac{8}{16} (x^3 \div x) = \frac{1}{2}x^2$

- $-2y^3 \div y^2 = \frac{-2y^3}{y^2} = \frac{-2}{1} (y^3 \div y^2) = -2y$

- $2x \times 3y = (2 \times 3) \times (x \times y) = 6xy$
- $-2y^3 \times y^2 = (-2 \times 1) \times (y^3 \times y^2) = -2y^5$

**Lembra filafali:**

- Multiplikasaun poténsia ho baze hanesan

Formula:  $A^b \times A^c = A^{b+c}$

**Nota:**  $A = A^1$

Ezemplu:  $4^5 \times 4^3 = 4^{5+3} = 4^8$

- Multiplikasaun poténsia ho espoente hanesan

Formula:  $A^c \times B^c = (A \times B)^c$

Ezemplu:  $4^5 \times 3^5 = (4 \times 3)^5 = 12^5$

- Divizaun poténsia ho baze hanesan

Formula:  $A^b \div A^c = A^{b-c}$

Ezemplu:  $4^5 \div 4^3 = 4^{5-3} = 4^2$

- Divizaun poténsia ho espoente hanesan

Formula:  $A^c \div B^c = (A \div B)^c$

Ezemplu:  $18^5 \div 3^5 = (18 \div 3)^5 = 6^5$

Bainhira multiplika monómiu ida ho polinómiu, aplika propriedade distributiva multiplikasaun iha relasaun ho adisaun. Bele dehan multiplika monómiu ba kada polinómiu nia termu.

$$\begin{aligned}
 4y^3 \times (3y^2 - 2xy + 3) &= 4y^3 \times 3y^2 - 4y^3 \times 2xy + 4y^3 \times 3 \\
 &= 12y^5 - 8xy^4 + 12y^3
 \end{aligned}$$

Bainhira multiplika polinómiu rua, multiplika kada polinómiu ida-nia termu ba kada polinómiu ida seluk nia termu.



$$\begin{aligned}
 (x-3x^2) \times (2x+5) &= x \times 2x - x \times 5 - 3x^3 \times 2x - 3x^2 \times 5 \\
 &= 2x^2 + 5x - 6x^3 - 15x^2 \\
 &= -6x^3 + 2x^2 - 15x^2 + 5x \\
 &= -6x^3 - 13x^2 + 5x
 \end{aligned}$$

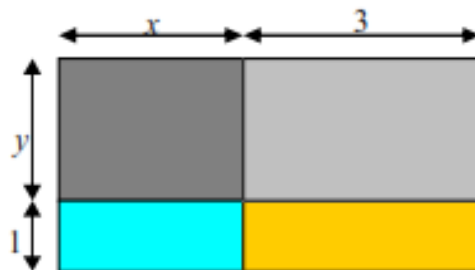
**Lembra filafali:**

Propriedade sira iha multiplikasaun:

Propriedade	Termu jerál
Komutativa	$a \times b = b \times a$
Asosiativa	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
Ezisténsia elementu absorvente	$a \times 0 = 0 \times a = 0$
Ezisténsia elementu neutru	$a \times 1 = 1 \times a = a$
Ezisténsia elementu inversu	$a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$ , se $a \neq 0$ $\left( \frac{1}{a} \text{ mak } a \text{ nia inversu} \right)$
Distributiva iha relasaun ho adisaun no subtrasaun	$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ $a, b, c \in \square$

**Ezersísiu:**

Determina retángulu tuirmai nia área.



#### **d. Kazu notaveis ba multiplikasaun binomiál**

Iha multiplikasaun polinómiu, iha kazu partikulár mak:

- **Kuadradu soma**

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Ezemplu:

$$\begin{aligned}\text{Se } a=x, b=3 \\ (x+3)^2 &= (x+3)(x+3) \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

- **Kuadradu diferensa**

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Se } a=x, b=5 \\ (x-5)^2 &= (x-5)(x-5) \\ &= x^2 - 10x + 25\end{aligned}$$

- **Diferensa entre kuadradu**

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Se } a=x, b=2 \\ (x+2)(x-2) &= x^2 - 2^2 = x^2 - 4\end{aligned}$$

#### **Ezersísiu:**

Rezolve multiplikasaun sira-ne'e liuhusi kazu notaveis:

- $(x+2)^2$
- $(x-\frac{7}{2})^2$
- $(3x+2)(3x-2)$

#### **e. Dekompozisaun polinómiu iha fatór**

**Dekompozisaun polinómiu iha fatór** mak hakerek polinómiu ne'e nu'udar produktu sai polinómiu rua ka liu. Dekompozisaun ida-ne'e mós hanaran fatorizasaun.

**Téknika hodi halo fatorizasaun mak:**

- Buka fatór komun

Iha polinómiu, bele akontese katak iha polinómiu nia termu hotu-hotu eziste fatór komun ida.

Fatór komun ida-ne'e permite hodi dekompór polinómiu refere iha fatór.

Ezemplu:  $2xy + 5x = x(2y + 5)$        $4x + 4xy = 4x(1 + y)$        $3x^3y + 4x^2 = x^2(3x + 4)$

$\begin{array}{c} \square\square\square\square\square \\ x \text{ mak fatór} \\ \text{komun} \end{array}$ 

 $\begin{array}{c} \square\square\square\square\square \\ 4x \text{ mak fatór} \\ \text{komun} \end{array}$ 

 $\begin{array}{c} \square\square\square\square\square\square \\ x^2 \text{ mak fatór} \\ \text{komun} \end{array}$

- Utiliza kazu notaveis

Bele mós akontese polinómiu nu'udar rezultadu husi kazu notaveis ba multiplikasaun.

Iha kazu ida-ne'e, hakerek polinómiu ne'e nu'udar produktu hosi fatór.

Ezemplu:  $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ x^2 & 2 \times x \times 1 & 1^2 \end{array}$

**Ezersísiu:**

Halo fatorizasaun ba polinómiu hirak tuirmai:

- 1)  $3x^2 - 12x$
- 2)  $3xy - 4xyz + 5y$
- 3)  $15x^5 - 40x^4 - 35x^2$
- 4)  $x^2 + 4x + 4$
- 5)  $(x + 3)^2 - (2x - 3)^2$

**4. Ekuasaun (inkompleta) segundu grau ho inkognita ida**

**a. Lei anulamentu produktu**

**Lembra filafali:**

Ezisténsia elementu absorvente  $a \times 0 = 0 \times a = 0$

$$a \times b = 0$$

Se  $a \neq 0$   $a \neq 0$ ; entaun  $b = 0$

Se  $b \neq 0$   $b \neq 0$ ; entaun  $a = 0$

**Lei anulamentu produktu** mak produktu sei sai zero se fatór ida zero.

$$a \times b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$$

Lei anulamentu produktu permite ita hodi rezolve ekuasaun bainhira membru ida hosi ekuasaun ne'e nu'udar produktu no membru seluk mak zero.

Ezemplu:  $(2x+6)(x+1) = 0 \Leftrightarrow 2x+6=0 \vee x+1=0$

$$\Leftrightarrow 2x = -6 \quad \vee \quad x = -1$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{2} \quad \vee \quad x = -1$$
$$\Leftrightarrow x = -3 \quad \vee \quad x = -1$$

$$S = \{-3, -1\}$$

**Nota:** V nu'udar sinál disjunksaun (lee: **ka**) ; no S mak solusaun.

**b. Rezolusaun ekuasaun segundu grau**

Dekompozisaun polinómiu, lei anulamentu produktu no nosaun raiz kuadradu permite ita hodi rezolve tipu ekuasaun segundu grau.

- Bainhira primeiru membru nu'udar produktu polinómiu no segundu membru mak zero.

Ezemplu:  $x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (x+5)(x-5) = 0$

$$\Leftrightarrow x+5=0 \quad \vee \quad x-5=0$$
$$\Leftrightarrow x=-5 \quad \vee \quad x=5$$

$$S = \{-5, 5\}$$

- Bainhira segundu membru la'ós zero.

Ezemplu:

$$\begin{aligned}
x(5x-8) = x &\Leftrightarrow x(5x-8) - x = 0 \\
&\Leftrightarrow 5x^2 - 8x - x = 0 \\
&\Leftrightarrow 5x^2 - 9x = 0 \\
&\Leftrightarrow x(5x-9) = 0 \\
&\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad 5x-9 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad 5x = 9 \\
&\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = \frac{9}{5}
\end{aligned}$$

$$S = \left\{0, \frac{9}{5}\right\}$$

- Aplikasaun nosaun raiz kuadradu

Ezemplu:  $y^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow y^2 = 4$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{4} \quad \vee \quad y = -\sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow y = 2 \quad \vee \quad y = -2$$

$$S = \{2, -2\}$$

### Ezersísiu:

Determina solusaun hosi ekuasaun sira tuirmai:

1)  $x(x - 2) = 0$

2)  $2y^2 = 18$

3)  $(x - 4)(x + 3) = 0$

4)  $2x(x + 5) = 1$

## Jeometria iha planu

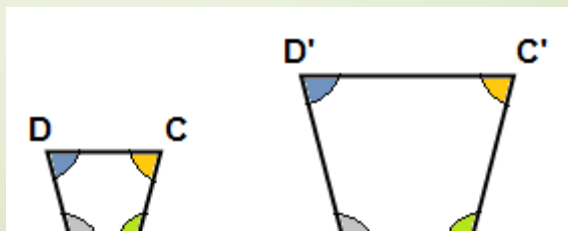
### 1. Triángulu semellante. Kritériu ba triángulu semellante

#### Lembra filafali:

Polígónu rua semellante se:

- Komprimentu husi ladu sira ne'ebé korresponde diretamente proporsionál.
- Ángulu sira ne'ebé korresponde iguál.

Haree figura 2 tuirmai:



Entaun Triángulu semellante nia kritériu mak:

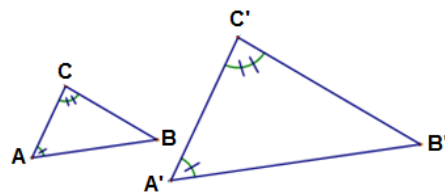
- Kritériu AA (Ángulu – Ángulu), se triángulu sira-nia ángulu internu rua hanesan, entaun triángulu hirak-ne'e semellante, maske pozisaun no tamañu lahanesan.

Ezemplu:

$$\sphericalangle A = \sphericalangle A' ; \sphericalangle B = \sphericalangle B' ; \sphericalangle C = \sphericalangle C'$$

Nune'e bele dehan triángulu ABC semellante ho triángulu A'B'C', bele hakerek sai:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$



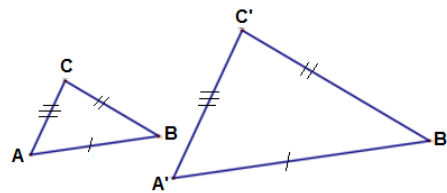
- Kritériu LLL (Ladu – Ladu – Ladu), se triángulu ida iha ladu tolu ne'ebé proporsionál ho triángulu seluk nia ladu sira, entaun triángulu hirak-ne'e semellante, maske pozisaun no tamañu la hanesan.

Ezemplu:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

Nune'e bele dehan triángulu ABC semellante ho triángulu A'B'C', bele hakerek sai:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$





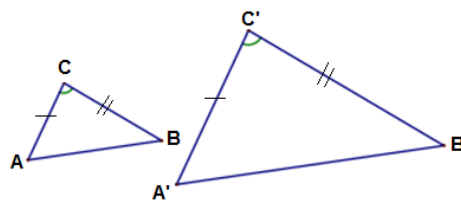
- Kritériu LAL (Ladu – Ángulu – Ladu), se triángulu sira iha ladu rua ne'ebé proporsionál no ángulu internu ida ne'ebé hanesan (ángulu internu ne'e tenke ángulu ne'ebé forma husi ladu rua ne'ebé proporsionál), entaun triángulu hirak-ne'e semellante, maske pozisaun no tamañu la hanesan.

Ezemplu:

$$\sphericalangle C = \sphericalangle C' \quad \text{e} \quad \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

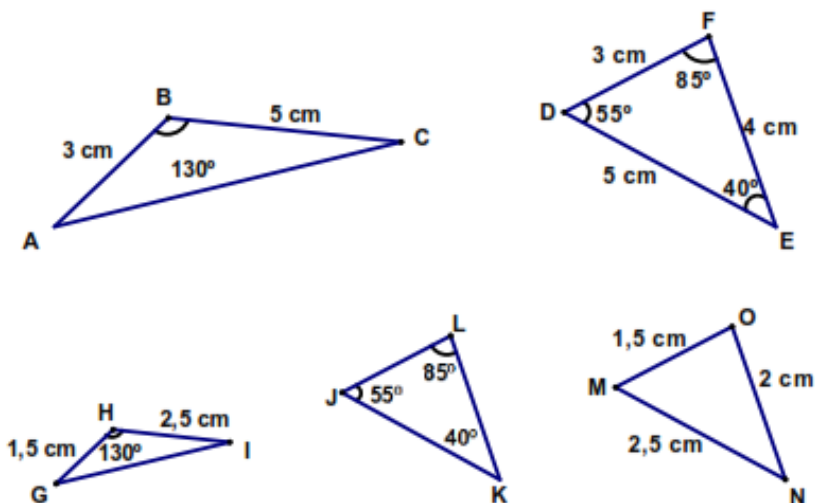
Nune'e bele dehan triángulu ABC semellante ho triángulu A'B'C', bele hakerek sai:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$



### Ezersísiu:

Konsidera triángulu sira tuirmai :



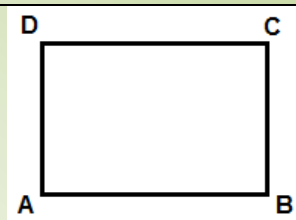
Indika triángulu hirak-ne'ebé mak semellante? Justifika!

**Lembra filafali:**

**Propriedade Retángulu:**

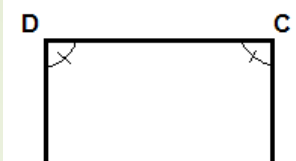
Retángulu nia ladu ne'ebé opostu mak kongruente.

$$\overline{AB} \equiv \overline{CD} \quad \overline{BC} \equiv \overline{AD}$$



Retángulu intenu nia ángulu ángulu hotu hanesan ho amplitude 90°.

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$$



## **2. Dekompozisaun figura sira**

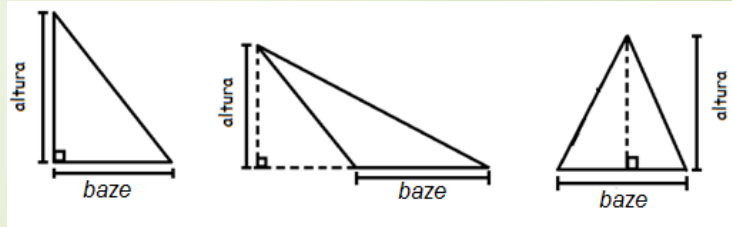
Dekompozisaun figura mak harahun ka haketak polígonu ne'ebé kompleksu sai figura ne'ebé simples, bele sai triángulu no kuadriláteru sira.

Dekompozisaun ida-ne'e bele fasilita hodi determinasaun polígonu ruma nia área.

## Lembra filafali

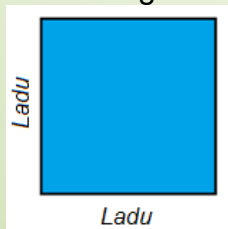
### Área figura jeométrika sira

- Triángulu



$$A_{\text{triángulu}} = \frac{\text{baze} \times \text{altura}}{2}$$

- Kuadradu no Retángulu

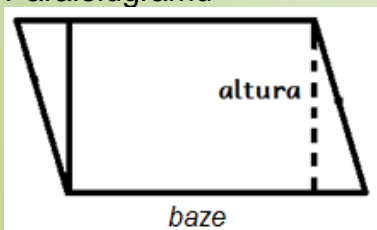


$$A_{\text{kuadradu}} = \text{ladu} \times \text{ladu}$$



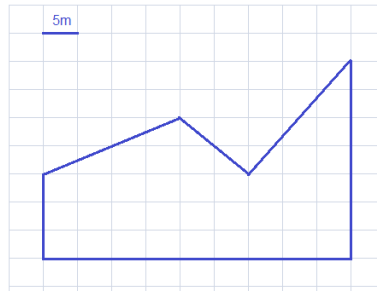
$$A_{\text{retángulu}} = \text{komprimentu} \times \text{largura}$$

- Paralelogramu



$$A_{\text{paralelogramu}} = \text{baze} \times \text{altura}$$

Haree polígono tuirmai, determina ninia área.

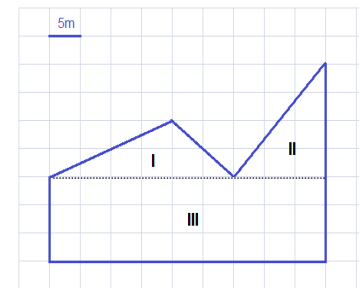


Polígono ne'e kompleksu uitoan, entaun halo dekompozisaun figura atu fasilita ita hodi determina figura ne'e nia área.

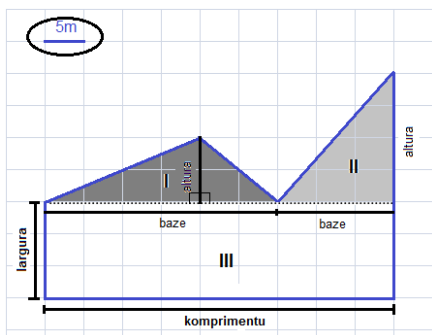
Tuir pasu sira tuirmai:

1. Dekompoin polígono ne'e sai figura ne'ebé simples.  
Sei hetan figura jeométrika simples 3 mak, triángulu rua no retángulu ida.

**Nota:** kada kuadríkula reprezenta 5m



2. Kalkula kada figura simples nia área



**Retángulu**

Komprimentu = kuadríkula ... = ... x 5 m = ..... m

Largura = kuadríkula ..... = ..... x 5 m = ..... m

$$A_{\text{retángulu}} = \text{komprimentu} \times \text{largura}$$

$$= \dots m \times \dots m$$

$$= \dots m^2$$

**Triángulu II**

Altura = kuadríkula 4 = 4 x 5 m = ..... m

Baze = kuadríkula 3 = 3 x 5 m = ..... m

$$A_{\text{triángulu II}} = \frac{\text{baze} \times \text{altura}}{2}$$

$$= \frac{\dots m \times \dots m}{2}$$

$$= \frac{\dots m^2}{2}$$

$$= \dots m^2$$

**Triángulu I**

Altura = kuadríkula 2 = 2 x 5 m = 10 m

Baze = kuadríkula 6 = 6 x 5 m = 30 m

$$A_{\text{triángulu I}} = \frac{\text{baze} \times \text{altura}}{2}$$

$$= \frac{30 m \times 10 m}{2}$$

$$= \frac{300 m^2}{2}$$

$$= 150 m^2$$

### 3. Soma figura tolu ne'e nia área.

$$\begin{aligned}A_{\text{Poligunu}} &= A_{\text{retángulu}} + A_{\text{triángulu I}} + A_{\text{triángulu II}} \\ &= \dots m^2 + \dots m^2 + \dots m^2 \\ &= \dots m^2\end{aligned}$$

Entaun, polígono nia área mak .....  $m^2$ .

#### Atividade:

Kompleta tabela iha leten hodi determina polígono refere nia área. Tuir kada pasu.

### 3. Teorema Pitágoras iha planu

#### Prátika:

Sasán ne'ebé presiza:

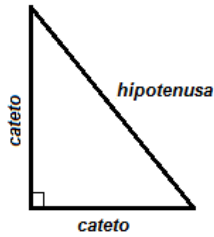
- Ai-kesak loos 2, ida ho komprimentu 30 cm no ida seluk ho komprimentu 40 cm.
- Régua ka fita-metru.
- Kadernu ka livru ho kondisaun ne'ebé sei di'ak.
- Ai-kesak loos naruk ida.

Oinsá halo:

- Foti ai-kesak loos rua ho komprimentu 30 cm no 40 cm ne'e.
- Tau ai-kesak ne'e iha meza nia sikun loos, sira-nia tutun rua kona-malu no forma ángulu  $90^\circ$ . Bele mós uza kadernu ka livru hodi asegura tutun rua ne'ebé kona-malu forma  $90^\circ$  ona.
- Tau ai-kesak loos seluk entre ai-kesak rua nia tutun ne'ebé la kona-malu. Ai-kesak sei sai tolu (sira forma triángulu ida). Asegura katak ai-kesak nia tutun sira tenke kona-malu.

- Foti ai-kesak ikus ne'e no sukat ninia komprimentu uza régua ka fita-metru.
- Se ó halo loos, ai-kesak ikus ne'e nia komprimentu tenke maizumenus 50 cm.

Iha triángulu retángulu ida, nia ladu sira iha relasaun, tan ne'e, ladu sira iha naran própriu. Haree iha figura tuirmai:



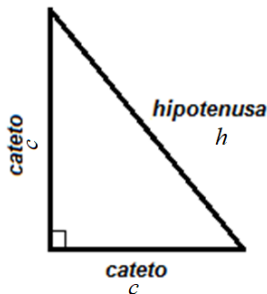
Ladu sira ne'ebé forma ángulu retu ( $90^\circ$ ) hanaran katetu (*cateto*).

Ladu seluk, ida ne'ebé hamriik iha ángulu retu nia oin hanaran ipotenusa (*hipotenusa*). Ipotenusa mak ladu ne'ebé naruk liu duké ladu rua seluk

Iha relasaun entre ipotenusa no katetu sira hanaran **Teorema Pitágoras**.

### Teorema Pitágoras

Iha triángulu retángulu ida. ladu **ipotenusa** nia kuadradu iguál ho soma hosi ladu rua seluk nia kuadradu.



$$h^2 = c^2 + c^2$$

Agora mai ita prova prátika ohin ne'ebé halo.

Ladu *cateto* rua nia komprimentu mak 30 cm no 40 cm. Mai kalkula ladu ipotenusa nia komprimentu uza formula ne'e.

$$h^2 = c^2 + c^2$$

$$h^2 = 30^2 + 40^2$$

$$h^2 = 900 + 1600$$

$$h^2 = 2500$$

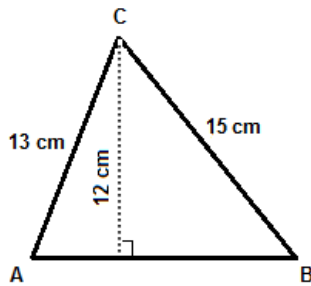
$$h = \sqrt{2500}$$

$$h = 50$$

Entaun ladu ipotenusa nia komprimentu mak 50 cm.

### Ezersísiu:

Determina triángulu tuirmai ne'e nia área.



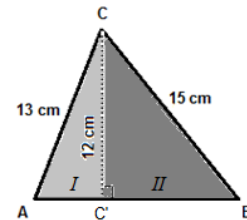
### Rezolusaun

Atu hetan triángulu ne'e nia área, ita presiza hatene ninia altura no mós ninia baze.

$$\text{altura} = 12 \text{ m}$$

Maibé ita seidauk hatene ninia baze nia komprimentu.

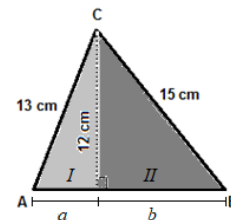
Bainhira analiza triángulu ne'e, ita bele haree katak bele fahe triángulu ne'e ba triángulu rua ne'ebé retángulu: Triángulu I no Triángulu II ( $\Delta ACC'$  no  $\Delta C'BC$ ).



Entaun, sei iha triángulu retángulu rua, ita bele uza Teorema Pitágoras atu hetan sira-nia baze.

Iha Triángulu I ( $\Delta ACC'$ ):

$$\begin{aligned} 13^2 &= 12^2 + a^2 \Leftrightarrow 169 = 144 + a^2 \\ \Leftrightarrow 169 - 144 &= a^2 \\ \Leftrightarrow 25 &= a^2 \\ \Leftrightarrow a^2 &= 25 \\ \Leftrightarrow a &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$



Iha Triángulu II ( $\Delta C'BC$ ):

$$\begin{aligned} 15^2 &= 12^2 + b^2 \Leftrightarrow 225 = 144 + b^2 \\ \Leftrightarrow 225 - 144 &= b^2 \\ \Leftrightarrow 81 &= b^2 \\ \Leftrightarrow b^2 &= 81 \\ \Leftrightarrow b &= \sqrt{81} = 9 \end{aligned}$$

Entaun,  $\Delta ABC$  nia baze mak  $a + b = 5 + 9 = 14 \text{ cm}$

Agora, ita bele kalkula  $\Delta ABC$  nia área:  $A_{\text{Triángulu}} = \frac{\text{baze} \times \text{altura}}{2} = \frac{14 \times 12}{2} = \frac{168}{2} = 84 \text{ cm}^2$

#### 4. Fatin jeométriku

##### a. Sirkunferénsia no sírkulu

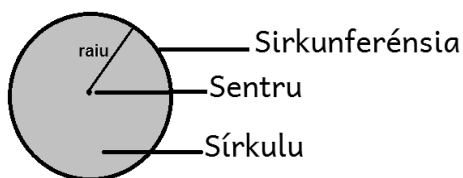
**Sirkunferénsia** mak konjuntu hosi pontu. Pontu hotu-hotu ho distánsia ne'ebé hanesan ba pontu ida ne'ebé metin ona, hanaran sentru sirkunferénsia.

**Sentru sirkunferénsia** mak pontu ida iha sirkunferénsia nia klaran.

Distánsia husi sentru sempre hanesan ba pontu sira-hotu husi sirkunferénsia.

Distánsia hosi sentru sirkunferénsia ba kualkér pontu iha sirkunferénsia hanaran **raiu**.

No **sírkulu** mak espasu hotu-hotu iha sirkunferénsia nia laran.



##### b. Mediatriz hosi segmentu reta

**Mediatriz** mak fatin jeométriku hosi pontu sira iha planu ne'ebé ho distánsia hanesan ba pontu rua. Signifika distánsia hosi kualkér pontu ne'ebé hili hosi mediatriz sei iha distánsia hanesan hosi segmentu reta nia tutun ne'ebé motiva.

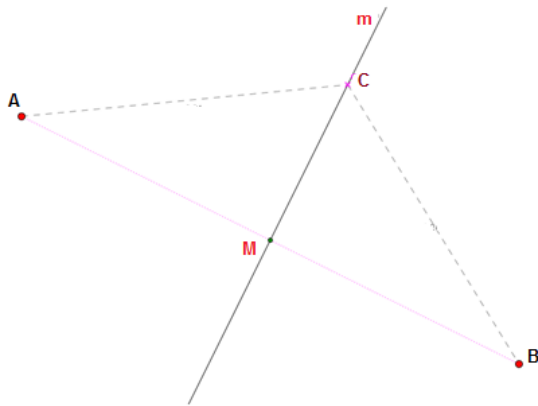
Tan ne'e, mediatriz husi segmentu ida mak reta ida-ne'ebé perpendikulár ba segmentu reta no ne'ebé pasa iha ninia pontu médiu.

Mediatriz pontu A no B mak fatin jeométriku hosi pontu sira iha planu ne'ebé ho distánsia hanesan hosi pontu A no pontu B.

##### **Ezemplu:**

Iha figura tuirmai, reta  $m$  mak mediatriz hosi pontu  $A$  no  $B$ .





Pontu  $C$  no  $M$  iha distánsia hanesan ba pontu  $A$  no  $B$ . Nune'e:

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{ no } \overline{AM} = \overline{BM}$$

Segmentu reta  $AB$  iha pontu médiu  $M$ .

Mediatriz  $m$  perpendicular ho reta  $AB$  iha pontu  $M$ .

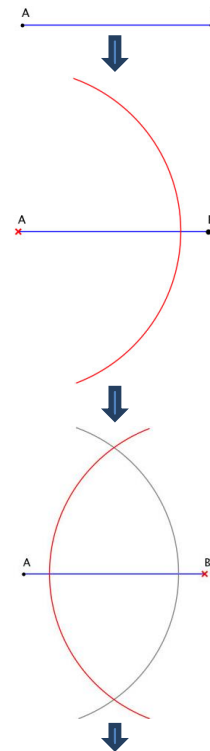
Kualkér pontu iha  $m$  sempre ho distánsia hanesan ba pontu  $A$  no  $B$ .

### Atividade:

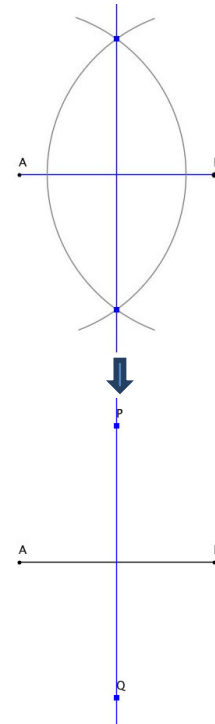
Prepara ó-nia sasán (régua, kompasu, lapis, borraxa no kadernu).

Depois halo tuir pasu tuirmai:

1. Dada liña  $AB$  ho medida 4 cm hodi konstrui mediatriz.
2. Tau kompasu nia parte kro'at iha pontu  $A$ . Konstrui arku ida ho raiu 6 cm (raiu tenke maiór duké liña  $AB$  nia komprimentu metade)
3. Tau kompasu nia parte kro'at iha pontu  $B$ . Konstrui arku seluk ho raiu hanesan ho arku dahuluk, to'o arku rua-ne'e kruza malu.



4. Dada liña entre pontu kruza arku rua-ne'e. Liña ida-ne'e mak reta mediatriz.  
Entaun, reta PQ mak mediatriz ba segmentu AB.



**c. Sirkunferénsia sirkunskrita triángulu**

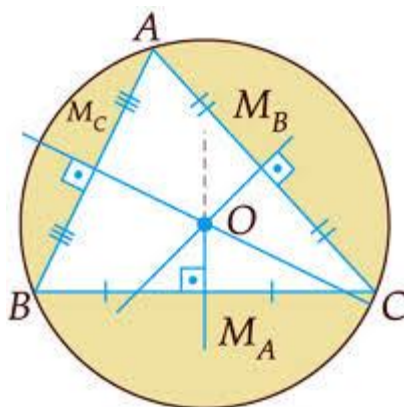
**Sirkunferénsia sirkunskrita** iha triángulu mak sirkunferénsia ne'ebé pasa liuhosi triángulu nia vértise tolu (3).

Sentru sirkunferénsia sirkunskrita iha triángulu ida-ne'e hanesan ho **sirkunsentru** triángulu nian.

Propriedade sirkunsentru:

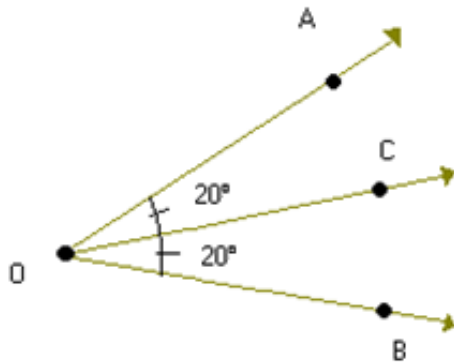
- Sirkunsentru nu'udar pontu komun ba triángulu nia ladu nia mediatriz sira.
- Sirkunsentru nia distánsia ba triángulu nia vértise sira sempre hanesan.

Observa figura tuirmai ne'ebé apresenta sirkunferénsia sirkunskrita triángulu. Pontu **O** mak nu'udar sirkunsentru.



#### d. Bisetriz ángulu

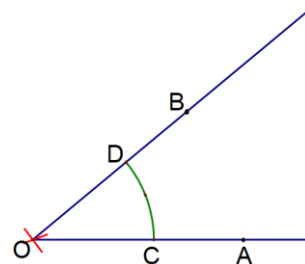
**Bisetriz** ángulu mak semi-reta ida-ne'ebé divide ángulu sai ángulu jeométrikamente kongruente, hanesan ne'ebé hatudu iha figura tuirmai:



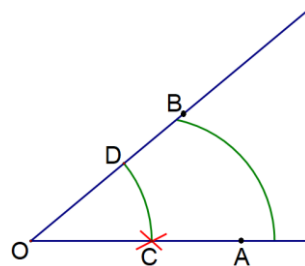
$$\hat{AOC} = \hat{COB} = 20^\circ$$

#### Oinsá determina bisetriz hosi Ángulu AOB?

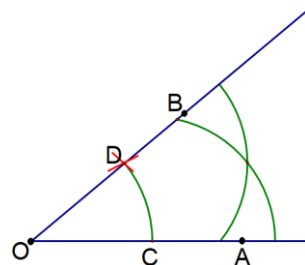
1. Se iha ángulu  $AOB$ , tau kompasu nia kro'at iha  $O$ , no halo kompasu nakloke hodi dada arku ida atu determina pontu  $C$  no  $D$  nu'udar semi-reta  $\overline{OA}$  no  $\overline{OB}$ .



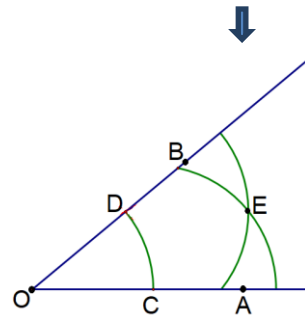
2. Tau kompasu nia kro'at iha pontu  $C$  no halo kompasu nakloke boot liu duké distánsia metade  $C$  no  $D$ . Dada arku ida.



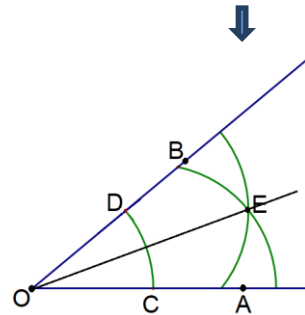
3. Depois tau kompasu nia kro'at iha pontu  $D$  no dada arku ida seluk ne'ebé sei kruza ho arku dahuluk.



4. Tau pontu E ba pontu kruza ne'e.

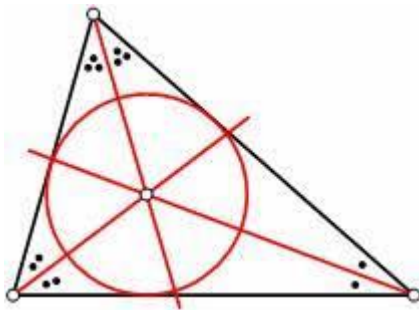


5. Dada liña OE no Bisetritz AOB determina ona.



**e. Sirkunferénsia inskrita iha triángulu**

**Sirkunferénsia inskrita** iha triángulu mak sirkunferénsia ne'ebé iha triángulu nia laran no tangente ho triángulu nia ladu sira. Sentru sirkunferénsia mak insentru. **Insentru** triángulu mak pontu intersesaun bisetritz hosi ninia ángulu sira.



## 5. Translasaun

Observa motivu tais tuirmai:



Motivu tais ne'ebé marka ne'e desloka no repete filafali iha fatin seluk. Tipu transfórmasaun ida-ne'e hanaran translasaun. Translasaun bele akontese iha liña reta.

Ezemplu:

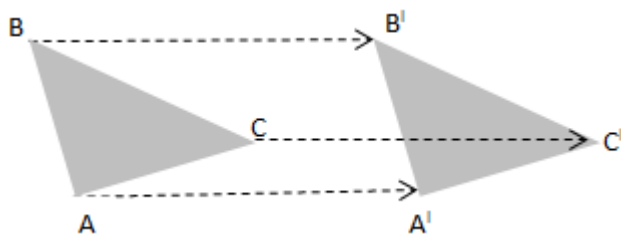


Figura iha sorin hatudu triángulu A'B'C' nu'udár translasaun husi figura ABC iha reta ida.

### a. Translasaun asociada ho vetór

#### Prátika:

Sasán ne'ebé presiza: Botir-matan aat, ai-kesak no markadór.

Oinsá halo:

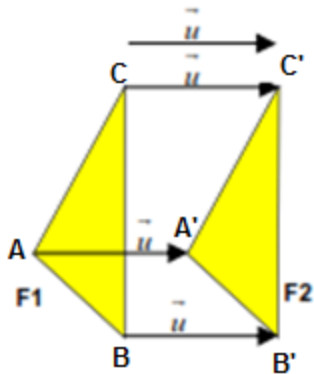
- Halo kuak iha botir matan nia klaran, hatama ai-kesak ba kuak laran.
- Tau sinál pontu ida iha botir matan nia ninin.
- Dada liña reta ida iha rai.
- Hatuur botir matan ne'ebé tau sinál ezatamente iha liña reta ne'e no fó mós sinál iha rai ne'ebé kona sinál hosi botir-matan ne'e.
- Kaer iha ai-kesak no dudu botir-matan ne'e (nia sei dulas an) iha liña reta ne'e nia leten, to'o pontu iha botir matan ne'e kona tan rai iha liña reta ne'e. Para no tau sinál iha liña reta ne'e.

- Kontinua to'o hetan pontu 10.
- Uza régua no sukat distánsia entre pontu hirak-ne'e. Distánsia maizumenus hanesan ka lae?

Iha translasaun, segmentu reta transformadu sai segmentu reta seluk ho diresaun hanesan, sentidu hanesan no komprimentu hanesan. Distánsia entre segmentu ida ba ida seluk mak vetór ne'ebé asosia translasaun.

**Vetór** mak konjuntu hosi segmentu orientadu hotu ne'ebé iha diresaun, sentidu no komprimentu komun.

Ezemplu:



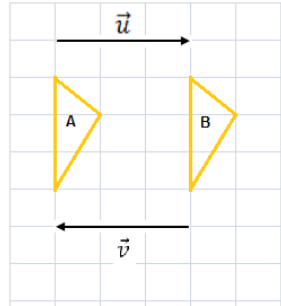
Hanesan ezemplu iha leten, vetór  $\vec{u}$  mak vetór ne'ebé asosia translasaun, representa ho  $T_{\vec{u}}$ , ne'ebé korresponde kada pontu sira hosi F1 ba pontu sira hosi F2.

Entaun:

- Pontu A transformadu ba A';  $\vec{u} = \overrightarrow{AA'}$
- Pontu B transformadu ba B';  $\vec{u} = \overrightarrow{BB'}$
- Pontu C transformadu ba C';  $\vec{u} = \overrightarrow{CC'}$

Se vetór rua ho diresaun no komprimentu hanesan maibé ho sentidu kontráriu, ida-ne'e hanaran **vetór simétriku**.

Ezemplu:



$$\vec{v} = -\vec{u} \quad \text{ka} \quad \vec{u} = -\vec{v}$$

$$\text{Se } T_{\vec{u}}(A) = B, \text{ entaun } T_{-\vec{u}}(B) = A$$

### **b. Propriedade translasaun**

Propriedade translasaun mak:

- Iha translasaun, komprimentu sira mantein nafatin.
- Iha translasaun, segmentu reta sira sei transforma sai segmentu reta seluk ne'ebé paralelu malu.
- Iha translasaun, ángulu sira-nia amplitude sira mantein nafatin.
- Iha translasaun, ángulu sira-nia orientasaun mantein nafatin.

### **c. Kompozisaun translasaun no adisaun vetór**

Dalaruma translasaun akontese la'ós dala ida de'it, maibé akontese liuhosi dala ida.

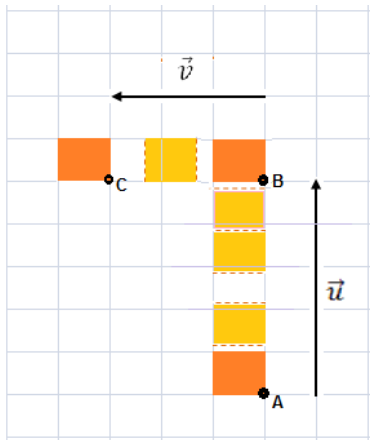
Ida-ne'e hanaran **translasaun komposta**.

Ezemplu:

Ema ida ne'ebé dudu kaixa ida uza *gerobak*, dudu *gerobak* ida-ne'e ba fatin ida, depois para, kontinua dudu filafali to'o fatin ikus.

Iha situasaun ida-ne'e translasaun akontese dala rua, entaun ida-ne'e nu'udar translasaun komposta.

Observa eskema movimentu hosi kaixa mak:



Iha eskema sorin, apresenta vetór rua  $\vec{u}$  no  $\vec{v}$  no pozisaun hosi gerobak ne'ebé muda.

A mak pozisaun inisial

B mak pozisaun intermédia

C mak pozisaun final

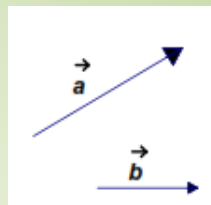
Kaixa pasa hosi:

- pozisaun A ba pozisaun B liuhosi translasaun  $T_{\vec{u}}$
- pozisaun B ba pozisaun C liuhosi translasaun  $T_{\vec{v}}$ .

### Lembra filafali

Atu adisiona vetór rua, aplika regra paralelogramu:

Ezemplu: Iha vetór 2 mak vetor  $\vec{a}$  no  $\vec{b}$ .

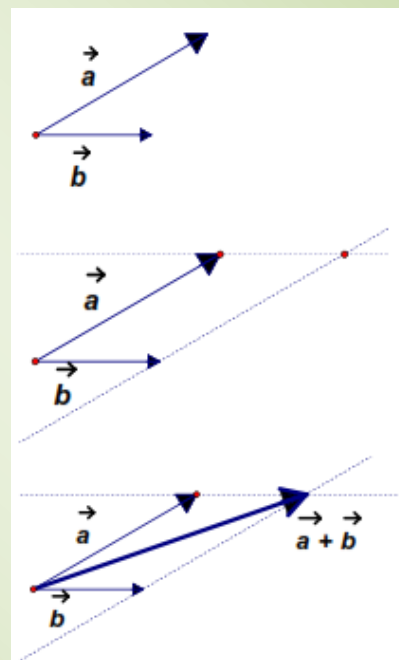


Atu soma vetór rua-ne'e, tuir pasu hanesan tuirmai:

1. Tau vetór rua ne'e iha pontu ida, sai pontu *origem*.

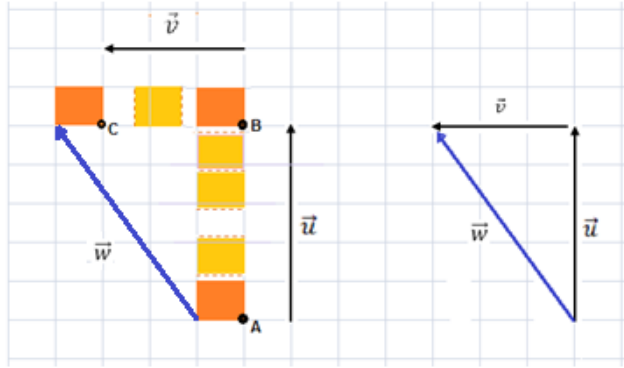
2. Konstrui paralelogramu ho ladu hanesan ho komprimentu vetór rua-ne'e.

3. Dada liña hosi vetór rua-ne'e nia pontu *origem* ba paralelogramu nia vértise opostu, sei hetan adisaun vetór nia rezultante.



Translasaun rua-ne'e ( $T_{\vec{u}}$  no  $T_{\vec{v}}$ ) ekivalente ho translasaun direktamente dala ida de'it mak vetór  $\vec{w}$ , ne'ebé lori kaixa ne'e hosi pozisaun A direktamente ba pozisaun C.





Iha símbolu, apresenta hanesan tuirmai:

$$T_{\vec{u}}(A) = B \quad \text{no} \quad T_{\vec{v}}(B) = C$$

$$T_{\vec{w}}(A) = C$$

Bele hakerek:

$$C = T_{\vec{v}}(T_{\vec{u}}(A)); \text{ entaun } T_{\vec{w}}(A) = T_{\vec{v}}(T_{\vec{u}}(A))$$

Translasaun  $T_{\vec{w}}$  mak hanaran translasaun komposta hosi translasaun  $T_{\vec{u}}$  no  $T_{\vec{v}}$ .

Translasaun  $T_{\vec{v}}$  akontese depois translasaun  $T_{\vec{u}}$ .

Reprezenta ho:

$$T_{\vec{w}} = T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}}$$

Vetór  $\vec{w}$  mak soma hosi vetór  $\vec{u}$  no  $\vec{v}$ .

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

### Ezersísiu:

Prepara grella kuadrikuladu. Dezeña triángulu ida no nia pontu ángulu 3 ne'e hatuur iha A (2,1), B (5,0) no C (-3, -4).

a) Identifika triángulu ne'e nia lalatak bainhira halo translasaun:

- Ba leten dala 5
- Ba loos dala 6
- Ba karuk dala 4
- Ba kraik dala 8

b) Depois determina kada triángulu nia lalatak nia pontu tuur liuhusi translasaun sira iha a).